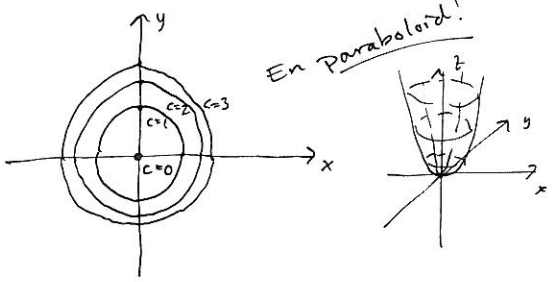


1.16 d) Rita några nivåkurvor till (1)

$f(x,y) = x^2 + y^2, (x,y) \in \mathbb{R}^2!$

Nivåkurvor $f(x,y) = C$:

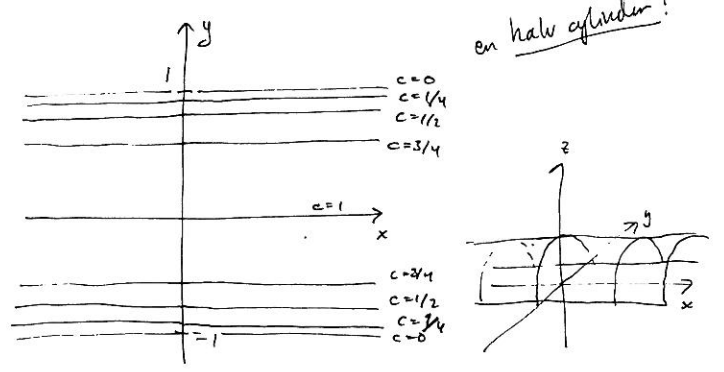
- $C=0$: $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow (x,y) = (0,0)$
- $C=1$: $x^2 + y^2 = 1$ cirkel med radie 1 och medelp. origo
- $C=2$: $x^2 + y^2 = 2$ - " - $\sqrt{2}$ - " -
- $C=3$: $x^2 + y^2 = 3$ - " - $\sqrt{3}$ - " -
- a.s.v.



$C=1/2$: $\sqrt{1-y^2} = 1/2 \Leftrightarrow 1-y^2 = 1/4 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{3}/2 \approx \pm 0.87$ (2)

$C=3/4$: $\sqrt{1-y^2} = 3/4 \Leftrightarrow 1-y^2 = 9/16 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{7}/4 \approx \pm 0.66$

$C=1$: $\sqrt{1-y^2} = 1 \Leftrightarrow y = 0$



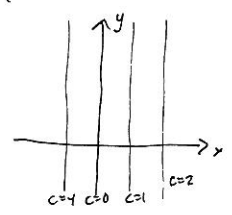
e) $f(x,y) = (1-y^2)^{1/2}, x \in \mathbb{R}, |y| \leq 1$

Vi ser att $|y| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1$
och att $(1-y^2)^{1/2} = \sqrt{1-y^2}$ ligger mellan 0 och 1. Vi väljer C-värden i detta intervall:

- $C=0$: $\sqrt{1-y^2} = 0 \Leftrightarrow y = \pm 1$
- $C=1/4$: $\sqrt{1-y^2} = 1/4 \Leftrightarrow 1-y^2 = 1/16 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{15}/4 \approx \pm 0.97$

f) $f(x,y) = x, (x,y) \in \mathbb{R}^2$

- $C=-2$: $x = -2$
 - $C=-1$: $x = -1$
 - $C=0$: $x = 0$
 - $C=1$: $x = 1$ a.s.v.
- Linjer parallella med y-axeln!



En plan!
OBS! $z = f(x,y) = x$
 \Leftrightarrow planet $\pi: x - z = 0$
med normalvektor $(1, 0, -1)$

1.17. Temperaturen i en punkt (x,y,z) är (3)

$T(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y$

Bestäm nivåytorna för nivåerna 0, 1, 2, 3.

$C=0$: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 0$
 $\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 + (y-1)^2 - 1 + z^2 = 0$
 $\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$

Sfär med medelp. $(-1, 1, 0)$ och radie $\sqrt{2}$

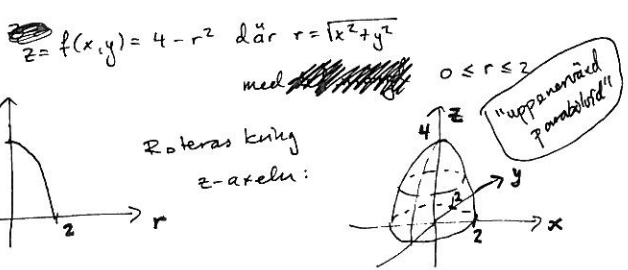
$C=1$: $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2y = 1$
 $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$

Sfär med medelp. $(-1, 1, 0)$ och radie $\sqrt{3}$

$C=2, 3$: P.s.s. för vi sfärer med medelp. $(-1, 1, 0)$ och raderna 2 resp. $\sqrt{5}$.

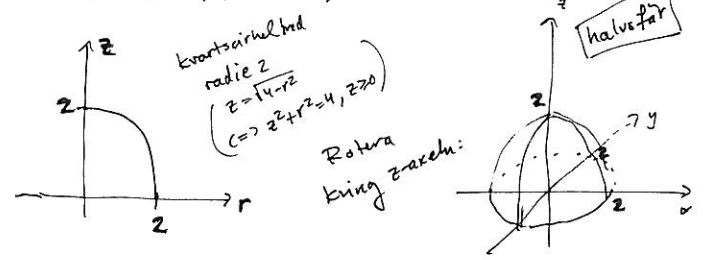
1.35. Skissera graferna till

a) $f(x,y) = 4 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 4$



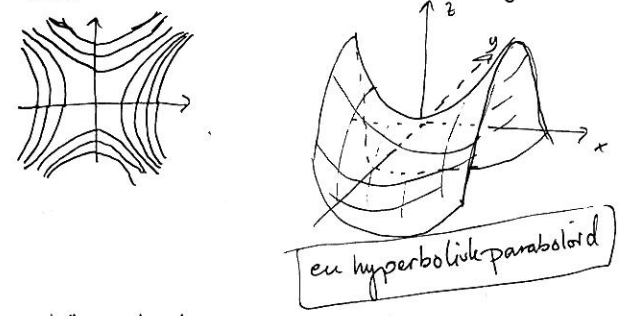
b) $z = f(x,y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, x^2 + y^2 \leq 4$ (4)

$\Rightarrow z = \sqrt{4 - r^2}$, med $0 \leq r \leq 2$



c) $f(x,y) = x^2 - y^2, -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2$

Tips: Rita ut ett antal nivåkurvor. (Blir hyperboler!)



2.7. Lös ekvationen

$T \frac{\partial p}{\partial T} - p = 0, T > 0$

där $p = p(V, T)$.

Lösung: $P_T' - \frac{1}{T}P = 0$. (*) (5)

Int. faktor: $e^{-\ln T} = e^{\ln T^{-1}} = \frac{1}{T}$

(*) $\Leftrightarrow \frac{1}{T}P_T' - \frac{1}{T^2}P = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{T}P\right)' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{T}P = \varphi(v)$

där φ godkännt av v .

$\Leftrightarrow P(v, T) = T\varphi(v)$.